非惯性系：

地球是惯性系吗？

傅科摆

如果要利用牛顿第二定律

讨论非惯性系，只能引入 F_f

fictions force 假想力

e.g. 1 公交司机刹车，你相对于车向前加速

Q1： 对于地面的人而言，你受力了？

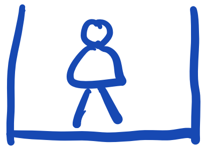
(IF : inertial frame)

Q2： 对于公交车，你有相对移动 ($\vec{a}$)

(向公交车行进方向)

$F_f = ma$ (NIF : non-inertial frame)

e.g. 2　　电梯



↑ a　（地面观测者）

IF：　$F = N - mg = ma$

N1F：　（没有加速，与电梯同步）

$$a = 0 = F + F_f$$

$$F_f = -ma \quad \text{（向下）}$$

试想：　你在一个封闭电梯里，看到一个苹果往下落去，你能区分以下两种情况吗？

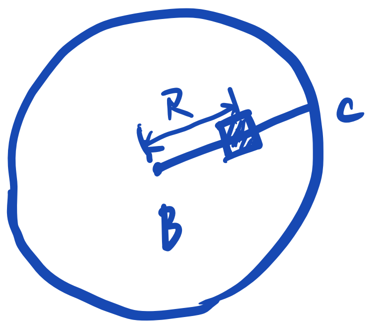
1°　电梯静止，苹果受引力以g下降

2°　苹果静止，电梯以加速度$-g$上升

（outer space）

IF　vs　N1F

e.g. 3



A ： 地面观察者 (IF)

B ： 圆盘中心 (参考极轴 BC)

▨ object 固定在极轴上

分析：

IF A：

$$r_I(t) = R$$

$$\theta_I(t) = wt$$

$$\boxed{\vec{a} = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right)\hat{r} + \frac{1}{r}\left[\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right)\right]\hat{\theta}}$$

$$\vec{a}_I = -w^2 r\,\hat{r}$$

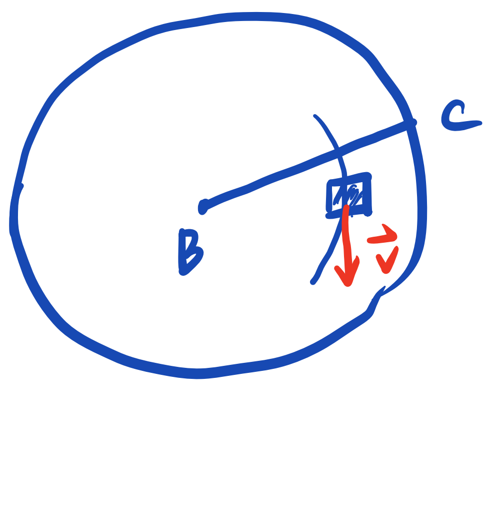
NIF B: $r_N = R$, $\theta_N = 0$

$$\vec{a}_N = 0$$

$$F_f + m\vec{a}_I = m\vec{a}_N$$

$$F_f = m\omega^2 R\,\hat{r} \quad (离心力)$$

e.g. 4



object 与圆盘无相互作用.

IF: A's eye: $r_I = R$

$\theta_I = \theta_0 = \text{const}$

$$\vec{a}_I = 0$$

NIF: B's eye: $r_N = R$, $\theta_N = -\omega t$

$$\vec{a}_N = -\omega^2 r\,\hat{r} \quad (向心)$$

$\vec{F}_f = m\vec{a}_n$ (向心)

比较: e.g. 3 / 4, $\vec{F}_f$ 居然等大反向!

为什么是这样? 见文末推导(不做要求)

$$\boxed{\vec{F}_f = \vec{F}_{cor} + \vec{F}_{cen}}$$

Centrifugal force (离心力)

$\vec{F}_{cor} = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$: NIF observer

$\vec{F}_{cen} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

(IF observer 看到的转动)

in e.g. 3

go further: object □ 相对于圆盘并未发生移动

$\vec{F}_{cor} = 0$ Coriolis (科里奥利力)

In e.g. 4

$$\vec{F}_f = \boxed{-2m(\vec{\omega} \times \vec{v})} \boxed{-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})} = -\vec{F}_{cen}$$

如图切向

方向 ↑ (向心)　　　　方向 ↑ (离心)

$(\vec{F}_{cor} = -2\vec{F}_{cen})$

$$\vec{F}_f = -m w^2 R \ \uparrow \ (向心)$$

$$(V = wR)$$

对 B 而言，物块在做圆周运动，这个运动需要向心力，向心力由假想力提供，而假想力分为两个部分：

1° 科里奥利力　$(-2m\vec{w}\times\vec{v})$

2° 离心力　$(-m\vec{w}\times(\vec{w}\times\vec{r}))$

Q：$\vec{w}$ 的方向？

假想力有可观测效应　(e.g. 超重/失重)

(原本就是观测者作弊，观测者自己脑补牛顿 2nd law)

[注：　ZXF 老师选的例 3, 4，我觉得很有代表性，简洁又能澄清概念)

two points:

$\vec{w}$: 非惯性系相对于惯性系的转动

(1) Centrifugal:

$$-m\vec{w}\times(\vec{w}\times\vec{r})$$

只要在相对于惯性系转动的坐标系即有 ($\vec{r}=0$ 除外)

(2) coriolis

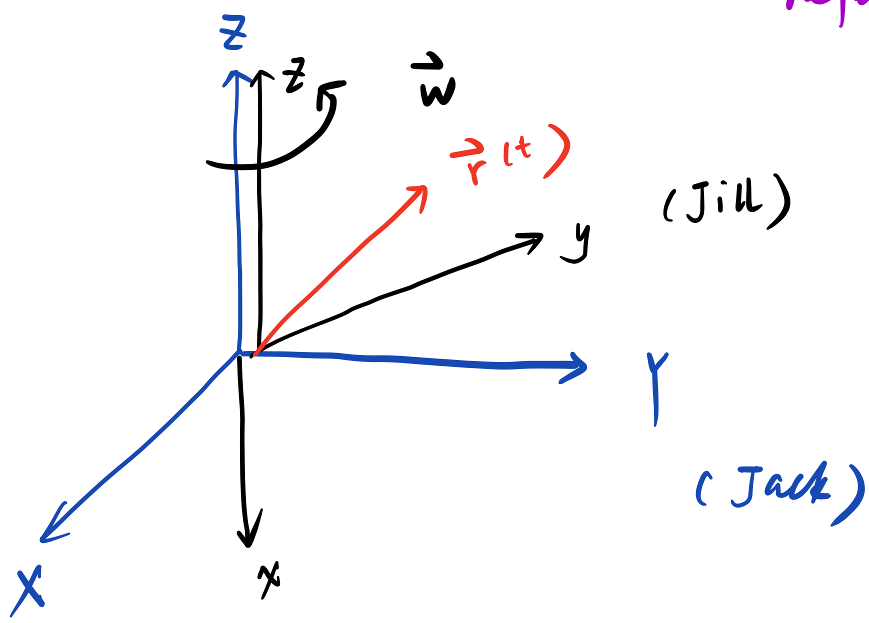
$$-2m\vec{w}\times\vec{v}$$

$\vec{v}$: 相对于转动的非惯性系而言

在上述的例子3中，没有$\vec{v}$，因此F_f只有 centrifugal force

呼应前文推导 $\vec{F}_f = \vec{F}_{cor} + \vec{F}_{cen}$

refer to LXH



$$\vec{V}(t) \equiv \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{Jack}$$

$$\vec{v}(t) \equiv \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{Jill}$$

① $w = 0$

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{Jack} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{Jill}$$

② $$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{Jack} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{Jill} + \text{correction}$$

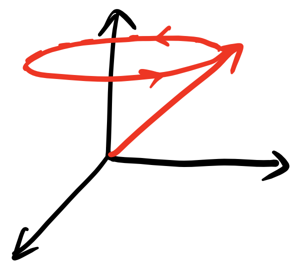
E.g.

Jill : $\vec{r} = \text{const}$

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{Jill} = 0$$

比如 Jill 看自己的手

Jack :

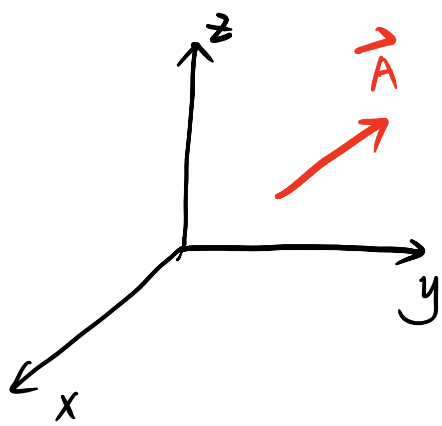


$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{Jack} = \vec{w} \times \vec{r}$$

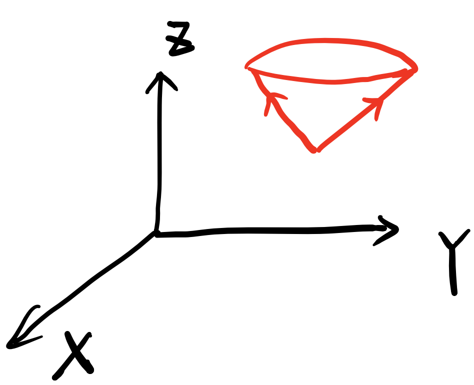
then we have

$$\vec{V} = \vec{v} + \vec{w} \times \vec{r} \qquad (*)$$

The argument works for all vectors



Jill



Jack

$$\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{Jack} = \left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{Jill} + \vec{w} \times \vec{A}$$

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{Jack} = \vec{a}_1 \qquad \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_{Jill} = \vec{a}_2$$

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{Jack} = \left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{Jill} + \vec{w} \times \vec{V}$$

(here, $\vec{V}$ <u>is treated as a vector</u>)

by EQ (*)

$\downarrow$

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{Jack} = \left(\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d(\vec{w} \times \vec{r})}{dt}\right)_{Jill}$$

$$+ \vec{w} \times (\vec{v} + \vec{w} \times \vec{r})$$

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{const}}}{\vec{w}} \times \vec{v}$$

$$+ \vec{w} \times \vec{v} + \vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{r})$$

$$= \vec{a}_2 + 2(\vec{w} \times \vec{v}) + \vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{r})$$

$$\vec{F} = m\vec{a}_1 \qquad \text{(inertial}$$

$$\vec{F} + \vec{F}_f = m\vec{a}_2 \qquad \text{(non-inertial)}$$

$$\vec{F}_f = -2m(\vec{w} \times \vec{v}) - m\vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{r})$$

$\vec{v}$ dependent　　　　$\vec{r}$ dependent

站在非惯性系，把自己当成惯性系，

使用牛顿第二定律

我们常常站在Jack的角度，做Jill的测量。